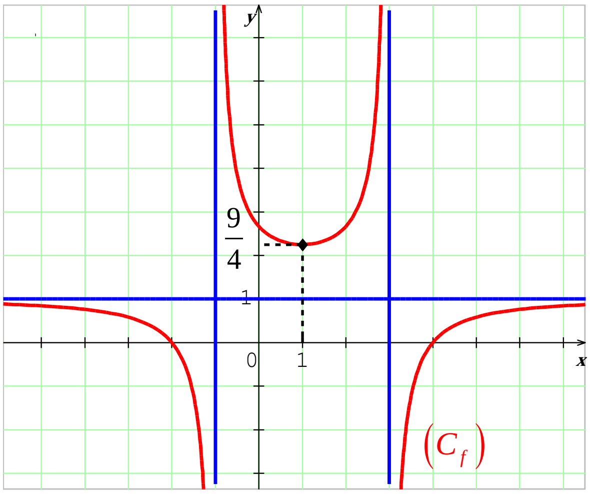
تمارين حول المناقشة البيانية



تمرين 01 :

الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_f) لدالة f معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

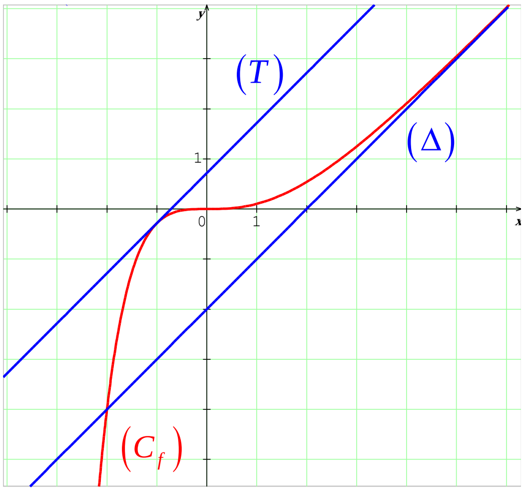
ناقش بيانيا عدد و إشارة حلول كل معادلة من المعادلات التالية :

1 / $f(x)=m$ 2 / $f(x)=m-1$

3 / $f(x)=2m$ 4 / $f(x)=2m+1$

5 / $f(x)=m^2$ 6 / $f(x)=\sqrt{m}$

7 / $f(x)=\ln m$



تمرين 02 :

الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_f) للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=x-2+(x+2)e^{-x}$ في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

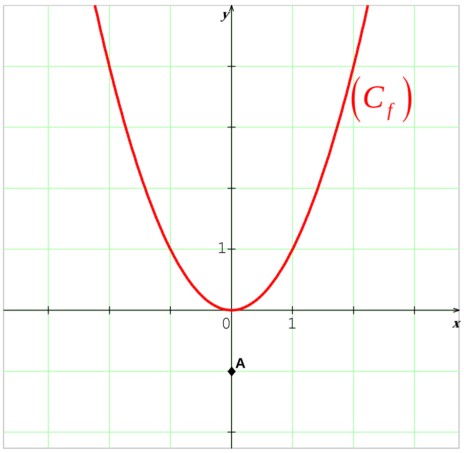
- المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

- المستقيم (T) ذو المعادلة $y=x-2+e$ هو مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة (-1)

ناقش بيانيا عدد و إشارة كل معادلة من المعادلات التالية :

1 / $f(x)=x+m$ 2 / $f(x)=x+m-2$

3 / $f(x)=x+2m$

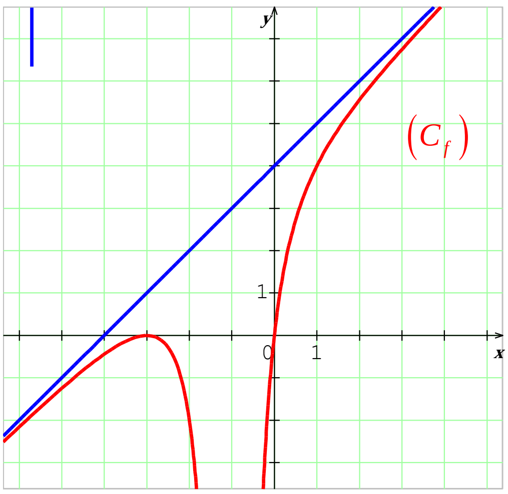


تمرين 03 :

الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_f) للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=x^2$ في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 / أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسان يشملان النقطة $A(0;-1)$ و يمسّانه في نقطتين يطلب تعيين إحداثيتيهما .ثم جد معادلة لكل منهما .

2/ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=mx-1$.



تمرين 04 :

الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_f) للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3+6x^2+9x}{(x+1)^2}$ في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 / أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته $y=x+4$

2 / اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $O(0;0)$

2/ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=mx$.

حلول تمارين حول المناقشة البيانية

حل التمرين 01 :

1/ مناقشة بيانيا عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=m.....(1)$

حلول المعادلة (1) هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=m$ (يوازي محور الفواصل)

ومنه نميز عدة حالات:

① إذا كان $m\in]-\infty;1[$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين مختلفين في الإشارة

② إذا كان $m\in\left[1;\frac{9}{4}\right[$ فإن المعادلة (1) لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$

③ إذا كان $m=\frac{9}{4}$ فإن المعادلة (1) تقبل حلا مضاعفا موجبا

④ إذا كان $m\in\left]\frac{9}{4};\frac{8}{3}\right[$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين موجبين

⑤ إذا كان $m=\frac{8}{3}$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين أحدهما موجب و الآخر معدوم .

⑥ إذا كان $m\in\left]\frac{8}{3};+\infty\right[$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين مختلفين في الإشارة .

2/مناقشة بيانيا عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=m-1....(2)$

حلول المعادلة (2) هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=m-1$ (يوازي محور الفواصل) ومنه نميز عدة حالات:

① إذا كان $m\in]-\infty;2[$ فإن المعادلة (2) تقبل حلين مختلفين في الإشارة

② إذا كان $m\in\left[2;\frac{13}{4}\right[$ فإن المعادلة (2) لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$

③ إذا كان $m=\frac{13}{4}$ فإن المعادلة (2) تقبل حلا مضاعفا موجبا

④ إذا كان $m\in\left]\frac{13}{4};\frac{11}{3}\right[$ فإن المعادلة (2) تقبل حلين موجبين

⑤ إذا كان $m=\frac{11}{3}$ فإن المعادلة (2) تقبل حلين أحدهما موجب و الآخر معدوم .

⑥ إذا كان $m\in\left]\frac{11}{3};+\infty\right[$ فإن المعادلة (2) تقبل حلين مختلفين في الإشارة .

4/مناقشة بيانيا عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=2m+1....(4)$

حلول المعادلة (4) هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=2m+1$ (يوازي محور الفواصل) ومنه نميز عدة حالات:

① إذا كان $m\in]-\infty;0[$ فإن المعادلة (4) تقبل حلين مختلفين في الإشارة

② إذا كان $m\in\left[0;\frac{5}{8}\right[$ فإن المعادلة (4) لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$.

③ إذا كان $m=\frac{5}{8}$ فإن المعادلة (4) تقبل حلا مضاعفا موجبا .

④ إذا كان $m\in\left]\frac{5}{8};\frac{5}{6}\right[$ فإن المعادلة (4) تقبل حلين موجبين .

⑤ إذا كان $m=\frac{5}{6}$ فإن المعادلة (4) تقبل حلين أحدهما موجب و الآخر معدوم .

⑥ إذا كان $m\in\left]\frac{5}{6};+\infty\right[$ فإن المعادلة (4) تقبل حلين مختلفين في الإشارة .

5 / مناقشة بيانيا عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=m^2....(5)$

حلول المعادلة (5) هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=m^2$ (لاحظ أن $m^2\geq 0$)

ومنه نميز عدة حالات :

① إذا كان $m^2\in[0;1[$ أي أن $m\in]-1;1[$ فإن المعادلة (5) تقبل حلين مختلفين في الإشارة

② إذا كان $m^2\in\left[1;\frac{9}{4}\right[$ أي أن $m\in\left]-\frac{3}{2};-1\right[\cup\left]1;\frac{3}{2}\right[$ فإن المعادلة (5) لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$.

③ إذا كان $m^2=\frac{9}{4}$ أي أن $m=\frac{3}{2}$ أو $m=-\frac{3}{2}$ فإن المعادلة (5) تقبل حلا مضاعفا موجبا .

④ إذا كان $m^2\in\left]\frac{9}{4};\frac{8}{3}\right[$ أي أن $m\in\left]-\sqrt{\frac{8}{3}};-\frac{3}{2}\right[\cup\left]\frac{3}{2};\sqrt{\frac{8}{3}}\right[$ فإن المعادلة (5) تقبل حلين موجبين .

⑤ إذا كان $m^2=\frac{8}{3}$ أي أن $m=\sqrt{\frac{8}{3}}$ أو $m=-\sqrt{\frac{8}{3}}$ فإن المعادلة (5) تقبل حلين أحدهما موجب و الآخر معدوم .

⑥ إذا كان $m^2\in\left]\frac{8}{3};+\infty\right[$ أي أن $m\in\left]-\infty;-\sqrt{\frac{8}{3}}\right[\cup\left]\sqrt{\frac{8}{3}};+\infty\right[$ فإن المعادلة (5) تقبل حلين مختلفين في الإشارة .

7 / مناقشة بيانيا عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=\ln m....(7)$

حلول المعادلة (7) هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=\ln m$ ($m>0$) ومنه نميز عدة حالات:

① إذا كان $\ln m\in]-\infty;1[$ أي أن $m\in]0;e[$ فإن المعادلة (7) تقبل حلين مختلفين في الإشارة

② إذا كان $\ln m\in\left[1;\frac{9}{4}\right[$ أي أن $m\in\left]e;e^{\frac{9}{4}}\right[$ فإن المعادلة (7) لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$.

③ إذا كان $\ln m=\frac{9}{4}$ أي أن $m=e^{\frac{9}{4}}$ فإن المعادلة (7) تقبل حلا

مضاعفا موجبا .

④ إذا كان $\ln m \in \left]\frac{9}{4};\frac{8}{3}\right[$ أي أن $m \in \left]e^{\frac{9}{4}};e^{\frac{8}{3}}\right[$ فإن المعادلة (7) تقبل حلين موجبين .

⑤ إذا كان $\ln m = \frac{8}{3}$ أي أن $m = e^{\frac{8}{3}}$ فإن المعادلة (7) تقبل حلين أحدهما موجب و الآخر معدوم .

⑥ إذا كان $\ln m \in \left]\frac{8}{3};+\infty\right[$ أي أن $m \in \left]e^{\frac{8}{3}};+\infty\right[$ فإن المعادلة (7) تقبل حلين مختلفين في الإشارة .

حل التمرين 02 :

1/ مناقشة بيانيا عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m....(1)$

حلول المعادلة (1) هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (D_m) ذو المعادلة $y = x + m$ (نلاحظ أن (D_m) يوازي المماس (T) و المستقيم (Δ)) ومنه نميز عدة حالات:

① إذا كان $m \le -2$ فإن المعادلة (1) تقبل حلا وحيدا سالبا

② إذا كان $-2 < m < 0$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين مختلفين في الإشارة .

③ إذا كان $m = 0$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر سالب.

④ إذا كان $0 < m < -2 + e$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين سالبين

⑤ إذا كان $m = -2 + e$ فإن المعادلة (1) تقبل حلا مضاعفا سالبا.

⑥ إذا كان $m > -2 + e$ فإن المعادلة (1) لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$

2 / مناقشة بيانيا عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = x + 2m....(2)$

حلول المعادلة (2) هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = x + 2m$ ، ومنه نميز عدة حالات:

① إذا كان $2m \le -2$ أي أن $m \le -1$ فإن المعادلة (2) تقبل حلا وحيدا سالبا .

② إذا كان $-2 < 2m < 0$ أي أن $-1 < m < 0$ فإن المعادلة (2) تقبل حلين مختلفين في الإشارة .

③ إذا كان $2m = 0$ أي أن $m = 0$ فإن المعادلة (2) تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر سالب.

④ إذا كان $0 < 2m < -2 + e$ أي أن $0 < m < -1 + \frac{e}{2}$ فإن المعادلة (2) تقبل حلين سالبين .

⑤ إذا كان $m = -2 + e$ أي أن $m = -1 + \frac{e}{2}$ فإن المعادلة (2) تقبل حلا مضاعفا سالبا.

⑥ إذا كان $2m > -2 + e$ أي أن $m > -1 + \frac{e}{2}$ فإن المعادلة (2) لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$.

حل التمرين 03 : $f(x) = x^2$

1/ إثبات أن (C_f) يقبل مماسان يشملان النقطة $A(0;-1)$

معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة x_0 هي $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ أي $y = 2x_0(x - x_0) + x_0^2$

$A \in (T)$ تكافئ $-1 = 2x_0(0 - x_0) + x_0^2$ و هذا يكافئ $x_0^2 = 1$ أي أن $x_0 = 1$ أو $x_0 = -1$ ، إذن المنحنى (C_f) يقبل مماسان (T_1) و (T_2) يشملان النقطة $A(0;-1)$ و يمسّانه في النقطتين $A(-1;1)$ ، $B(1;1)$ على الترتيب .

معادلة (T_1) هي : $y = -2x - 1$ و معادلة (T_2) هي : $y = 2x + 1$

2/ مناقشة حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = mx - 1....(1)$.

حلول المعادلة (1) هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = mx - 1$ (يشمل النقطة $A(0;-1)$) ومنه نميز عدة حالات:

① إذا كان $m < -2$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين سالبين.

② إذا كان $m = -2$ فإن المعادلة (1) تقبل حلا مضاعفا سالبا.

③ إذا كان $-2 < m < 2$ فإن المعادلة (1) لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$

④ إذا كان $m = 2$ فإن المعادلة (1) تقبل حلا مضاعفا موجبا.

⑤ إذا كان $m > 2$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين موجبين .

تمرين 04 : $f(x) = \frac{x^3 + 6x^2 + 9x}{(x+1)^2}$

1 / المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 4$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

2 / معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة $O(0;0)$ هي: $y = 9x$

3/ مناقشة حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = mx....(1)$.

حلول المعادلة (1) هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = mx$ (يشمل النقطة $O(0;0)$) ، ومنه نميز عدة حالات:

① إذا كان $m < 0$ فإن المعادلة (1) تقبل حلا وحيدا معدوما

② إذا كان $m = 0$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر سالب.

③ إذا كان $0 < m < 1$ فإن المعادلة (1) تقبل ثلاث حلول أحدها معدوم و الآخرين سالبين .

④ إذا كان $m = 1$ فإن المعادلة تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر سالب.

⑤ إذا كان $1 < m < 9$ فإن المعادلة (1) تقبل ثلاث حلول أحدها معدوم و الآخرين مختلفين في الإشارة .

⑥ إذا كان $m = 9$ فإن المعادلة تقبل حلين أحدهما مضاعف معدوم و الآخر سالب.

⑦ إذا كان $m > 9$ فإن المعادلة (1) تقبل ثلاث حلول أحدها معدوم و الآخرين سالبين.